

ゲーム理論

Varian: Ch.28 & 29

ゲーム理論

- ゲーム理論では、自分と相手の戦略とその帰結の組み合わせが一目でわかる「利得行列」を用いて、均衡戦略を分析する。
- 1回でゲームが終了する場合と、複数回ゲームを繰り返す場合を考える。
- 実際問題として、企業間競争は繰り返しゲームの性質を持つ。
- ゲームの表現形式として、戦略形と展開形がある。

支配戦略がある場合

		Player B	
		Left(支配戦略)	Right
Player A	Top	1, 2	0, 1
	Bottom (支配戦略)	2, 1	1, 0

単純に、プレイヤーAはTとB、プレイヤーBはLとRを比較した場合、それぞれ、BとLが相手の戦略に依存せず「よりました」であることがわかる。その結果、{B, L}が均衡戦略の組み合わせになる。

Nash Equilibrium

		Player B	
		Left	Right
Player A	Top	2, 1	0, 0
	Bottom	0, 0	1, 2

相互に最適反応となっている戦略の組み合わせを、ナッシュ均衡という。上の利得行列の場合は、{T, L}、{B, R}がともにナッシュ均衡である。

混合戦略でのみナッシュ均衡が存在する場合

		Player B	
		Left	Right
Player A	Top	0, 0	0, -1
	Bottom	1, 0	-1, 3

上の利得行列では、行動を一つにしぼる純粋戦略では、ナッシュ均衡が存在しない。しかし、しかし、「確率 P で一方の行動を、確率 $1-P$ で他方の行動を選択する」という混合戦略をも可能とすれば、ナッシュ均衡は広く存在する。

囚人のジレンマ

		Player B	
		Left	Right
Player A	Top	-3, -3	0, -6
	Bottom	-6, 0	-1, -1

- 企業行動の分析では、「囚人のジレンマ」の状況はきわめて重要である。というのも、企業間競争というのは、談合すれば共同利益を最大化できるのに、うまく合意できなくて競争してしまう、という場合が多いからである。
- この例では、ナッシュ均衡は、{T, L}である。しかし、これはかなり悪い結果であり、談合して{B, L}に持って行きたいところではある。しかし、{B, L}はナッシュ均衡ではない。

繰り返しゲーム

- 「囚人のジレンマ」を1回限りプレイする場合、あまりよくない「-3, -3」がナッシュ均衡における利得の組み合わせとなってしまふ。
- しかし、「囚人のジレンマ」を繰り返しプレイする状況を考えれば、談合によって「-1, -1」をプレイし続ける合意を、ナッシュ均衡として達成することができる。
- 具体的には、「合意に違反した相手を期間限定で罰する」という「しっぺ返し (tit-for-tat)」戦略がしばしば用いられる。

Tit-for-Tat strategy

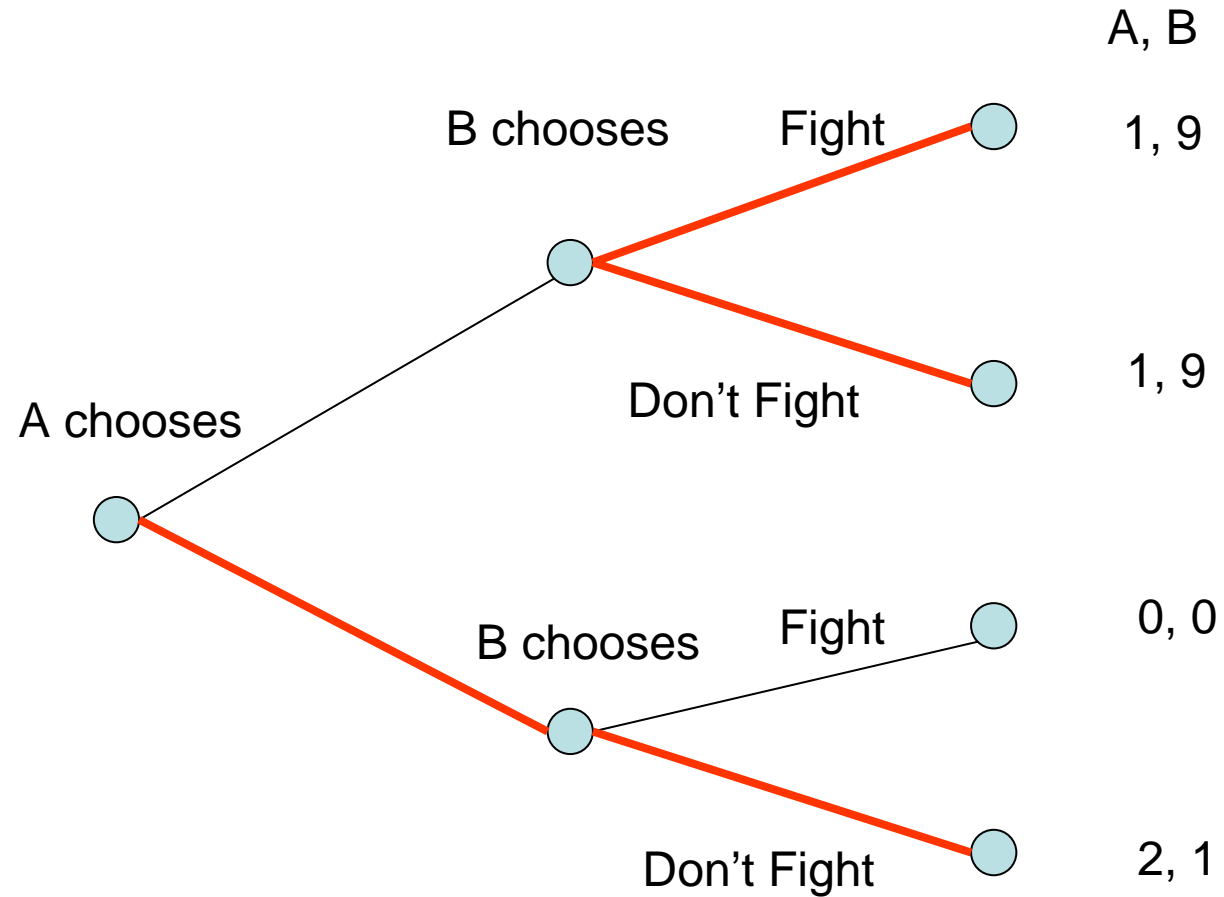
- 航空会社は、時々、非常に安い価格を期間限定で設定する(「超割」とか)。
- もちろん、J社が値下げした時、A社が値下げしなければ、大きく市場を奪われるから、A社も対抗して値下げする。
- しかし、永遠に値下げすることはない。これは、高価格維持を原則とするが、原則に違反した場合は低価格で対抗する、というメッセージとして、繰り返しゲームの協調均衡 (coordinated equilibrium) 維持に役立っている。

逐次ゲーム (sequential game)

		Player B	
		対抗する	対抗しない
Player A	参入しない	1, 9	1, 9
	参入する	0, 0	2, 1

- 上のゲームを単純に同時手番でプレイすれば、{参入しない、対抗する}{参入する、対抗しない}がともにナッシュ均衡となる。
- しかし、もしAが先にプレイし、それを受けてBがプレイする場合には、Aが参入しなければAの利得は1、参入すれば2となるから、{参入する、対抗しない}のみがナッシュ均衡となる。

逐次ゲームの展開形 (extensive form)



市場参入ゲーム

- 先手後手がはっきりしているゲームでは、先手が有利になる場合が多い。
- 航空市場に新規参入を考えている企業がある場合、実際に参入すれば価格競争を仕掛けるぞ、と既存企業は脅かすことができる。
- しかし、実際に参入されてしまった場合は、価格競争などせず、共存共栄を図ったほうが良い場合が多い。これを見透かした新企業は実際に参入する。

様々なゲーム

- 協調ゲーム (coordination)
- ゼロサム・ゲーム (zero-sum)
- 共存ゲーム (coexistence)
- 約束ゲーム (commitment)
- 協力ゲーム (bargaining)

Battle of the Sexes

		Girl	
		スポーツ	映画
Boy	スポーツ	2, 1	0, 0
	映画	0, 0	1, 2

- 上のゲームには、二つの(純粹戦略)ナッシュ均衡がある。男女が同じ行動をする方がよいが、男はスポーツに行く方がよく、女は映画に行きたいと思っている。
- どちらに行くかは、相談で決めればよい。

軍拡競争

		ソ連	
		Refrain	Build
アメリカ	Refrain	4, 4	1, 3
	Build	3, 1	2, 2

•ここでは、二つのナッシュ均衡がある。 $\{R, R\}$ 、 $\{B, B\}$ である。できれば $\{R, R\}$ に行く方がよい。そこで、軍縮条約を結んだり、相互に核査察したりする。

チキン・ゲーム

		Column	
		Swerve (ひよる)	Straight (つっぱる)
Row	Swerve	0, 0	-1, 1
	Straight	1, -1	-2, -2

- このゲームには、二つの純粋戦略の均衡がある。相手がひよってくれれば自分はつっぱった方がよい。相手がつっぱるなら自分はひよったほうがよい。
- しかし、できればつっぱりたいとお互いに思っているので、なかなか均衡が定まらない。
- 隣国との外交関係あたり、格好の例であろう。

ゼロサム・ゲーム

		Column(q)	
		L	R
Row(p)	T	50, -50	80, -80
	B	90, -90	20, -20

- 行列の各枠内の和はゼロである。つまり一方の得は、必ず相手方の、同サイズの損となる。
- このゲームには、純粋戦略の均衡はない。だいたいのスポーツには純粋戦略はない。純粋戦略があれば最初からゲームにならない(面白くない)。
- 企業間競争もまた同じ。人々はゲーム理論を役立たずと思うかもしれないが、それはゲーム理論のせいではなく、ほとんどの企業活動では純粋戦略による均衡が存在しないからである。「選択と集中」で事が片付く場合は少ない。

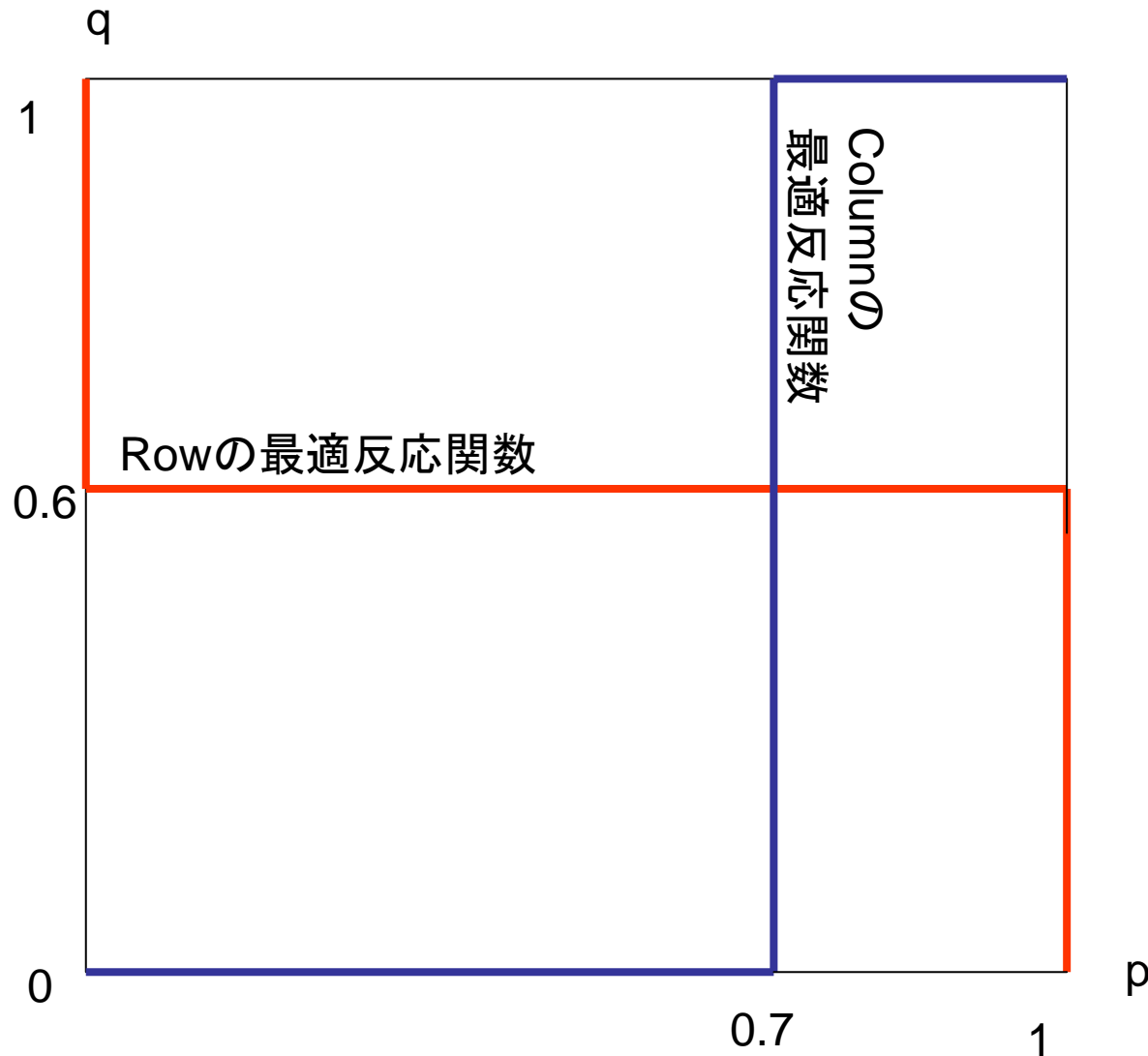
混合戦略の解き方1

- Rowが確率 p でTをプレイし、Columnが確率 q でLをプレイする混合戦略を考える。
- RowにとってTをプレイする期待利得は $50q+80(1-q)$ であり、Bをプレイする期待利得は $90q+20(1-q)$ である。
- したがって、 $50q+80(1-q) > 90q+20(1-q)$ が成り立つ時、すなわち、 $q < 0.6$ の時はTをプレイする。
- 同様の計算で、 $q > 0.6$ の時はBをプレイするのがよいことがわかる。 $q = 0.6$ の時は両者を混ぜてプレイするのがよい。

混合戦略の解き方2

- 同様に、ColumnにとってLをプレイする期待利得は $-50p-90(1-p)$ であり、Rをプレイする期待利得は $-80p-20(1-p)$ である。
- したがって、 $-50p-90(1-p) > -80p-20(1-p)$ 、すなわち $p > 0.7$ ならば、Lをプレイすることになる。
- 同様の計算で、 $p < 0.7$ ならばRをプレイする。 $p = 0.7$ ならば両者を混ぜてプレーする。

最適反応関数



$p=0.7$
 $q=0.6$
が混合戦略の
均衡となる。

企業経営における
多角化は、混合戦
略として解釈でき
る。

進化ゲーム

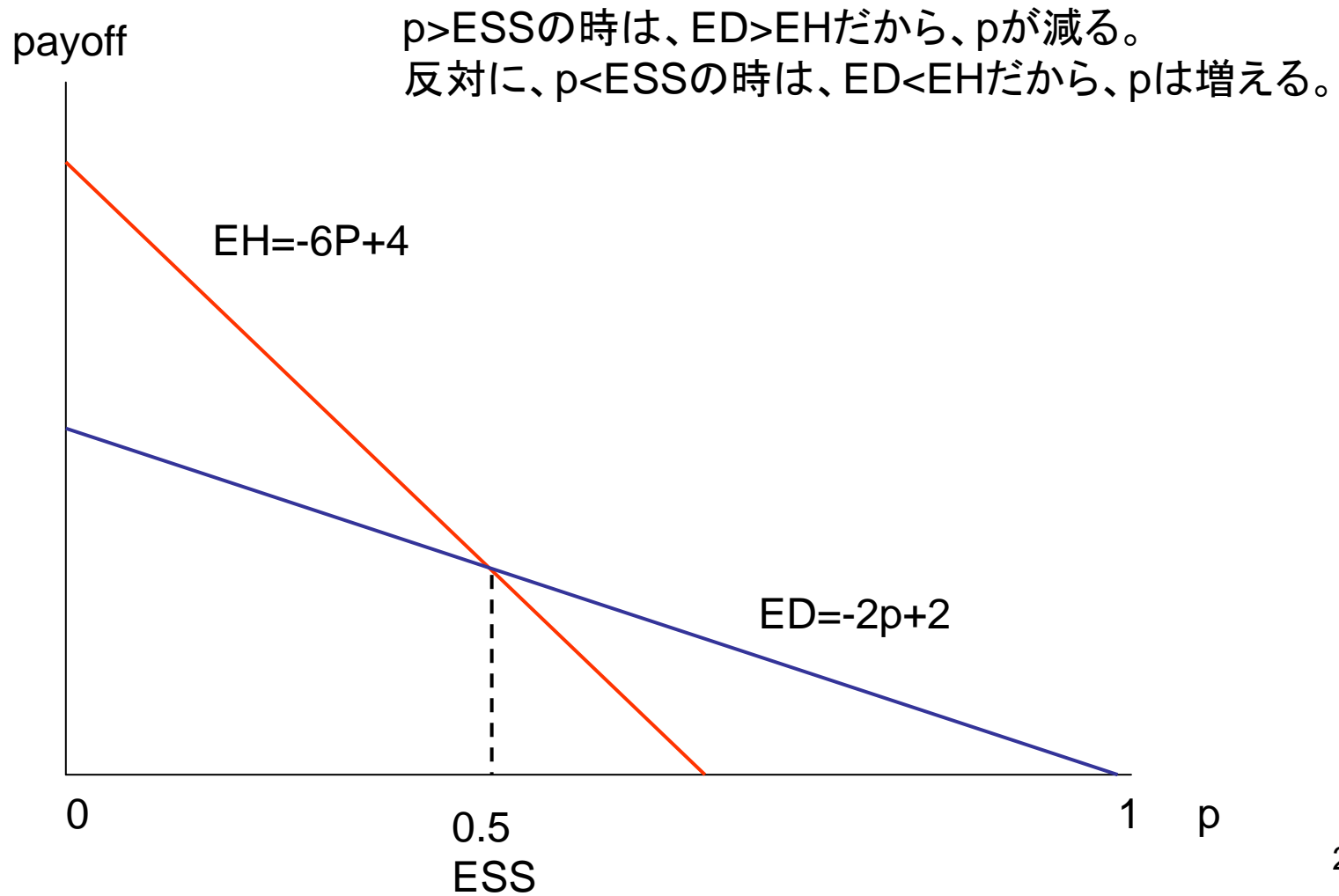
		Column	
		Hawk	Dove
Row	Hawk	-2, -2	4, 0
	Dove	0, 4	2, 2

- このゲームには、純粹戦略の均衡はない。いわゆる「進化ゲーム (evolutionary game)」でしばしば用いられる利得行列である。

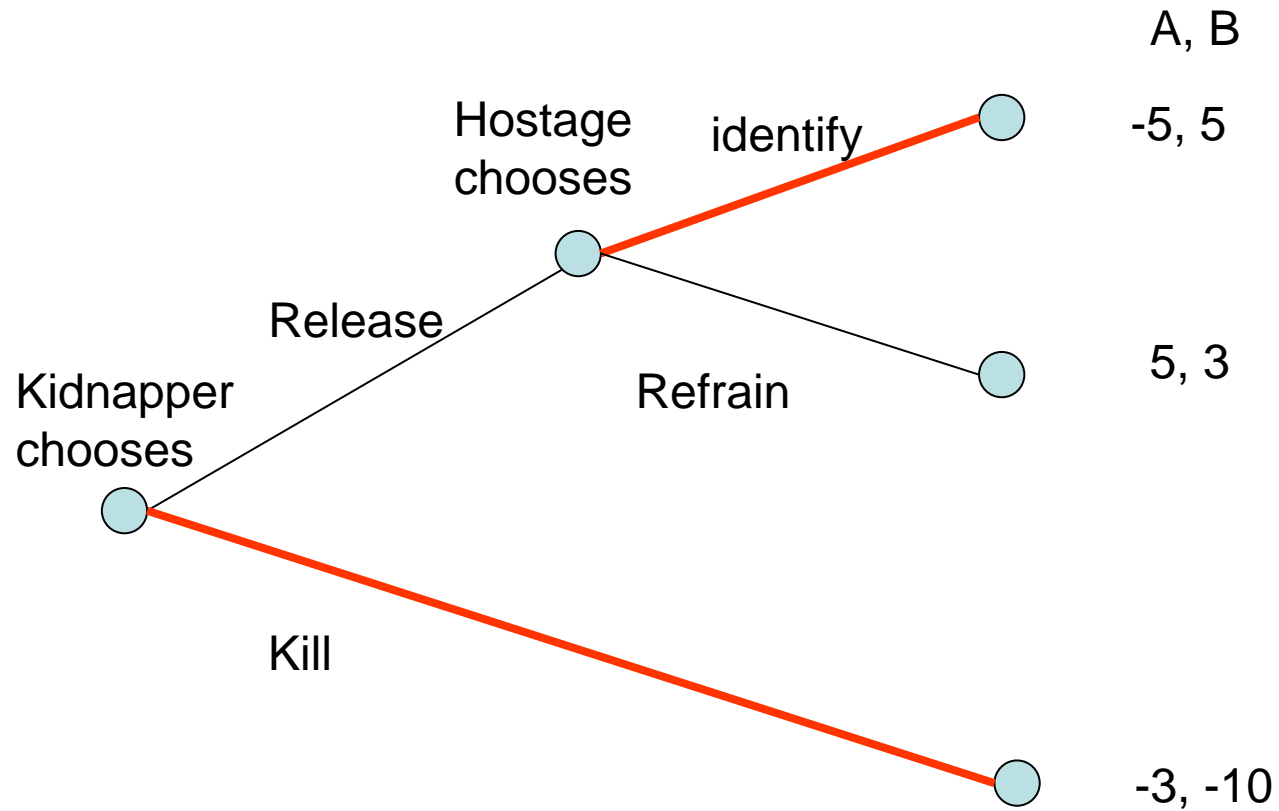
進化ゲーム

- 経済全体で、Hをプレイする人口を p 、Dをプレイする人口を $1-p$ とする。
- 進化ゲームでは、期待利得が大きい戦略を取る集団の人口が増えると仮定する。
- Hをプレイする期待利得
 $EH = -2p + 4(1-p) = -6p + 4$
- Dをプレイする期待利得
 $ED = 2(1-p) = -2p + 2$
- 定常状態(人口に変化がない状態)では $EH = ED$ となる。その時、 $p = 1/2$ となる。これをEvolutionary Stable Strategy (ESS)と呼ぶ。

ESSは安定的！



約束ゲーム



コミットメント

- 解放すれば、人質は犯人のことを警察に話してしまうので、犯人は人質を殺す。
- 人質が何とか犯人を説得して解放してもらう方法 (commitment device) はないか？
- Schellingは、人質は、犯人に何かやばい (embarrassing) 写真でも撮らせてやればよいとした。
- 警察に話せば写真を公開されてしまうので、犯人のことは話さないという人質の約束を、犯人は信用することができる。

強いやつが勝つとは限らない

二匹の豚が細長い筒状の檻に入れている。一方の端に餌を出させるレバーがあり、それを押すと、もう一方の端から餌が出てくる。		強い豚	
		Don't press lever	Press lever
弱い豚	Don't press lever	0, 0	4, 1
	Press lever	0, 5	2, 3

- 弱い豚にとっては、相手の戦略にかかわらず、Don't press leverが支配戦略である。
- 弱い豚がDon't press leverを取ることがわかっているから、強い豚は、不本意ながらPress leverを選択せざるを得ない。

弱い国 = ○○○○？

		強い国	
		経済援助しない	経済援助する
弱い国	人質を帰さない	0, 0	4, 1
	人質を帰す	0, 5	2, 3

- 弱い国にとっては、相手の戦略にかかわらず、「人質を帰さない」が支配戦略である。
- 弱い国が「人質を帰さない」を取ることがわかっていながら、強い国は、同盟国との関係上、不本意ながら経済援助せざるを得ない。

ホールドアップ問題

- コストを負担する者が、その利益を排他的に享受できない場合には、コストのかかる投資が社会的に最適な水準から見て過少になるという問題。
- 例えば、マンションの安全性を確保する投資は、業者の義務であるが、その利益はほぼすべて購入者が享受する。したがって、マンションの安全性は、何らかの規制がなければ保証されない。

交渉 (bargaining)

- Bargainingは代表的な「協力ゲーム (cooperative game)」である。協力ゲームの解には、Nash解やRubinstein解がある。
- Nashは、いくつかの公理を満たす交渉の結果を、Nash交渉解として定式化した。
- Rubinsteinは、一定の大きさのパイについて、交互に取り分を申し出ることを繰り返すプロセスの収束先が、ナッシュ交渉解に一致することを証明した。

協力ゲームと非協力ゲームの違い

- 協力ゲームでは、参加者は交渉して結果（解）として得られる合意の上で行動する。
- 非協力ゲームでは、参加者は交渉せず、それぞれ独立に行動を決める。その上で、互いに最適反応となっている行動の組み合わせ（戦略）を、ナッシュ均衡というのである。
- ナッシュ均衡は、「非協力ゲーム（non-cooperative game）」の「非協調解（uncoordinated solution）」である。
- 囚人のジレンマを繰り返しプレイすることによって、一定の協調解（coordinated solution）に達する。

最後通牒ゲーム (Ultimatum Game)

- Rubinstein型の交渉を一回限りプレイすれば、先手を取った者が「すべてをいただく」と申し出て、後手がしぶしぶ承諾することになるはずである。
- しかし、実験によれば、合意に達する申し出とは、先手が45%を獲得する場合である。
- これは「合理的経済人」の仮定に疑問を投げかけるケースとして、様々な説明が試みられている。